

名校周考阶梯训练

数学 人教 A 版 选择性必修第一册

1. 空间向量及其运算、空间向量基本定理、 空间向量及其运算的坐标表示

(时间:40 分钟 满分:70 分)

一、选择题(本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中,点 $A(1,2,3)$ 关于 x 轴的对称点的坐标为

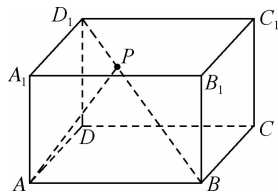
- A. $(1,-2,-3)$ B. $(-1,2,3)$ C. $(-1,-2,-3)$ D. $(1,-2,3)$

2. 若 $A(1,5,-1), B(2,4,1), C(a,3,b+2)$ 三点共线,则 $a-b=$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3. 如图,在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, P 是线段 D_1B 上一点,且 $BP=2D_1P$,若 $\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}+z\overrightarrow{AA_1}$,则 $x+y+z=$

- A. $\frac{2}{3}$ B. 1
C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{5}{3}$



4. 在正四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AB=2, PA=\sqrt{10}, E$ 为 PA 的中点,则异面直线 BE 与 PC 所成角的余弦值为

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

二、选择题(本题共 2 小题,每小题 5 分,共 10 分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分)

5. 关于空间向量,以下说法正确的是

- A. 空间中的三个向量,若有两个向量共线,则这三个向量一定共面
B. 若对空间中任意一点 O ,有 $\overrightarrow{OP}=\frac{1}{6}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$,则 P, A, B, C 四点共面
C. 设 $\{a, b, c\}$ 是空间中的一组基底,则 $\{a+b, b+c, c+a\}$ 也是空间的一组基底
D. 若 $a \cdot b < 0$,则 $\langle a, b \rangle$ 是钝角

6. 已知空间向量 $\boldsymbol{a}=(-2,-1,1)$, $\boldsymbol{b}=(3,4,5)$, 则下列结论正确的是

- A. $(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\parallel\boldsymbol{a}$

B. $5|\boldsymbol{a}|=\sqrt{3}|\boldsymbol{b}|$
- C. $\boldsymbol{a}\perp(5\boldsymbol{a}+6\boldsymbol{b})$

D. $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角的余弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{6}$

选择题答题栏

题号	1	2	3	4	5	6
答案						

三、填空题(本题共 2 小题, 每小题 5 分, 共 10 分)

7. 已知 $\boldsymbol{m}=(3,0,2)$, $\boldsymbol{n}=(x,0,4)$, 若 $\boldsymbol{m}\parallel\boldsymbol{n}$, 则 $x=$ _____.
8. 在空间直角坐标系中, 已知 $A(1,2,3)$, $B(1,0,4)$, $C(3,0,5)$, $D(4,1,-3)$, 则直线 AD 与 BC 的位置关系是_____. (填“平行”“重合”或“垂直”)

四、解答题(本题共 3 小题, 共 30 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

9. (小题满分 8 分)

已知向量 $\boldsymbol{a}=(-2,-1,2)$, $\boldsymbol{b}=(-1,1,2)$, $\boldsymbol{c}=(x,2,2)$.

- (1) 当 $|\boldsymbol{c}|=2\sqrt{2}$ 时, 向量 $k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 垂直, 求实数 x 和 k 的值;
- (2) 若向量 $\boldsymbol{c}$ 与向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 共面, 求实数 x 的值.

10. (本小题满分 10 分)

已知空间中三点 $A(2, 0, -2), B(2, -1, -3), C(3, 0, -5)$, 设 $\mathbf{a} = \overrightarrow{AB}, \mathbf{b} = \overrightarrow{AC}$.

(1) 若 $\mathbf{c} + \overrightarrow{BC} = \mathbf{0}$, 求向量 $\mathbf{c}$ 的坐标;

(2) 已知向量 $k\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 与 $\mathbf{b}$ 互相垂直, 求实数 k 的值;

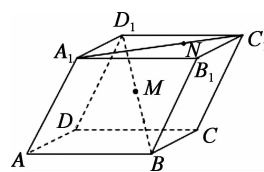
(3) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

11. (小题满分 12 分)

已知平行六面体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$, $AD = AA_1 = AB = 1$, $\angle A_1AB = \angle DAB = \angle DAA_1 = 60^\circ$, $\overrightarrow{A_1C_1} = 3\overrightarrow{NC_1}$, $\overrightarrow{D_1B} = 2\overrightarrow{MB}$, 设 $\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{AA_1} = \boldsymbol{c}$.

(1) 试用 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 表示 $\overrightarrow{MN}$;

(2) 求 MN 的长度.



名校周考阶梯训练

数学 人教 A 版 选择性必修第一册

2. 空间向量的应用(一)

(时间:40 分钟 满分:70 分)

一、选择题(本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 直线 l 的一个方向向量为 $(2,1,1)$,平面 α 的一个法向量为 $(4,2,2)$,则

A. $l \parallel \alpha$

B. $l \perp \alpha$

C. $l \parallel \alpha$ 或 $l \subset \alpha$

D. l 与 α 的位置关系不能判断

2. 直线 l_1 的方向向量为 $\mathbf{e}_1 = (0,0,1)$,直线 l_2 的方向向量为 $\mathbf{e}_2 = (0,\sqrt{3},1)$,则直线 l_1 与 l_2 所成角的大小为

A. $\frac{\pi}{6}$

B. $\frac{\pi}{4}$

C. $\frac{\pi}{3}$

D. $\frac{\pi}{2}$

3. 已知平面 α 内的两个向量 $\mathbf{a} = (1,1,1)$, $\mathbf{b} = (0,2,-1)$,且 $\mathbf{c} = m\mathbf{a} + n\mathbf{b} + (4,-4,1)$. 若 $\mathbf{c}$ 为平面 α 的法向量,则 m,n 的值分别为

A. $-1,2$

B. $1,-2$

C. $1,2$

D. $-1,-2$

4. 已知直线 l 的方向向量为 $\mathbf{a} = (1,0,1)$,点 $A(1,2,-1)$ 在 l 上,则点 $P(3,1,1)$ 到 l 的距离为

A. 3

B. $2\sqrt{2}$

C. 2

D. 1

二、选择题(本题共 2 小题,每小题 5 分,共 10 分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分)

5. 已知空间中三点 $A(0,1,0)$, $B(2,2,0)$, $C(-1,3,1)$,则下列结论错误的是

A. $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 是共线向量

B. 与 $\overrightarrow{AB}$ 同方向的单位向量是 $\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}, \frac{\sqrt{5}}{5}, 0\right)$

C. $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{BC}$ 夹角的余弦值是 $\frac{\sqrt{55}}{11}$

D. 平面 ABC 的一个法向量是 $(1,-2,5)$

6. 下列利用方向向量、法向量判断线、面位置关系的结论中,正确的是

- A. 两条不重合直线 l_1, l_2 的方向向量分别是 $\mathbf{a} = (2, 3, -1), \mathbf{b} = (-2, -3, 1)$, 则 $l_1 // l_2$
- B. 两个不同的平面 α, β 的法向量分别是 $\mathbf{u} = (2, 2, -1), \mathbf{v} = (-3, 4, 2)$, 则 $\alpha \perp \beta$
- C. 直线 l 的方向向量 $\mathbf{a} = (1, -1, 2)$, 平面 α 的法向量是 $\mathbf{u} = (6, 4, -1)$, 则 $l \perp \alpha$
- D. 直线 l 的方向向量 $\mathbf{a} = (0, 3, 0)$, 平面 α 的法向量是 $\mathbf{u} = (0, -5, 0)$, 则 $l // \alpha$

选择题答题栏

题号	1	2	3	4	5	6
答案						

三、填空题(本题共 2 小题, 每小题 5 分, 共 10 分)

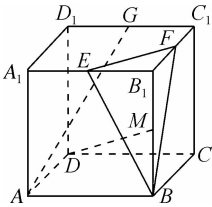
- 7. 已知平面 α 的一个法向量 $\mathbf{n} = (1, 1, 1)$, 原点 $O(0, 0, 0)$ 在平面 α 内, 则点 $P(4, 5, 3)$ 到 α 的距离为_____.
- 8. 设平面 α 的一个法向量 $\mathbf{n} = (1, 2, -2)$, 点 $A(0, 0, 1)$ 在平面 α 内, 点 $B(a, 2, 3) (a \neq 0)$ 在平面 α 外, 设直线 AB 与平面 α 所成角为 θ , 则 $\sin \theta$ 的取值范围是_____.

四、解答题(本题共 3 小题, 共 30 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

9. (本小题满分 8 分)

如图, 在棱长为 1 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F, G, M 分别为 $A_1B_1, B_1C_1, C_1D_1, BB_1$ 的中点. 试用向量法证明:

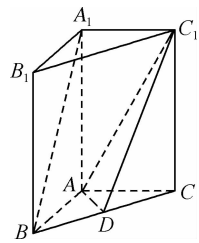
- (1) $AG // \text{平面 } BEF$;
- (2) $DM \perp \text{平面 } BEF$.



10. (本小题满分 10 分)

如图,在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB \perp AC$, $AB=AC=2$, $AA_1=4$,点 D 是 BC 的中点.

- (1)求异面直线 A_1B 与 C_1D 所成角的余弦值;
- (2)求平面 ADC_1 与平面 A_1BA 的夹角的余弦值.



11. (本小题满分 12 分)

已知 $\triangle ABC$ 是边长为 4 的等边三角形, E,F 分别是 AB,AC 的中点,将 $\triangle AEF$ 沿着 EF 翻折,得到四棱锥 $A_1 - BCFE$,平面 $A_1EF \perp$ 平面 $BCFE$,平面 $A_1EF \cap$ 平面 $A_1BC = l$.

- (1) 求证: $l \parallel$ 平面 $BCFE$;
- (2) 求直线 BC 与平面 A_1BE 所成角的正弦值;
- (3) 求点 C 到平面 A_1BE 的距离.

