2023~2024学年高二名校周考阶梯训练卷

新教材

编写说明

自2021年9月以来，全国各地陆续推广使用根据最新课程标准(2017年版)编写的新教材，为满足使用新教材省份的学生对同步训练资料的需求，本公司特邀先期使用新教材省份的名校名师编写了本系列试卷。现将有关事项说明如下：

1. 根据不同模块特点，每个模块设计10套或20套试卷；

2. 根据课堂教学的实际进度，每周一练，每练40分钟左右；

3. 根据教材目录合理划分，既突出重点，也照顾知识点覆盖；

4. 练习紧扣教材，对课堂所学知识进行即时巩固和加深；

5. 题量小，练习用时短，方便实用，课堂和课后训练都可以。

高二《名校周考阶梯训练》(新教材)编委会

2023年1月

目 录

CONTENTS

数 学

人教 A 版选择性必修第一册

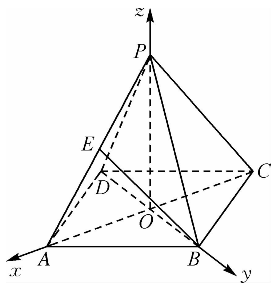
1. 空间向量及其运算、空间向量基本定理、空间向量及其运算的坐标表示

1. A　点 $A(1,2,3)$关于 x 轴对称的点为 $A'(1,-2,-3)$. 故选 A.

2. B　因为 $A(1,5,-1)$, $B(2,4,1)$, $C(a,3,b+2)$, 所以$\overrightarrow{AB}=(1,-1,2)$, $\overrightarrow{AC}=(a-1,-2,b+3)$, 又三点共线, 所以$\overrightarrow{AB}/\!/\overrightarrow{AC}$, 所以$\overrightarrow{AC}=\lambda\overrightarrow{AB}$, 所以$\begin{cases}a-1=\lambda,\\-2=-\lambda,\\b+3=2\lambda,\end{cases}$解得$\begin{cases}\lambda=2,\\a=3,\\b=1,\end{cases}$所以 $a-b=2$. 故选 B.

3. D　因为 $BP=2D_1P$, 所以$\overrightarrow{BP}=2\overrightarrow{PD_1}$, 即$\overrightarrow{AP}-\overrightarrow{AB}=2(\overrightarrow{AD_1}-\overrightarrow{AP})=2\overrightarrow{AD_1}-2\overrightarrow{AP}$, 即$3\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AD_1}$, 即$\overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AD_1}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AA_1}$, 所以 $x=\frac{1}{3}$, $y=\frac{2}{3}$, $z=\frac{2}{3}$, 所以 $x+y+z=\frac{5}{3}$. 故选 D.

4. C　连结 AC, BD, 交于点 O, 连结 PO, 以 OA 为 x 轴, OB 为 y 轴, OP 为 z 轴, 建立空间直角坐标系, 因为正四棱锥的侧棱长为 $\sqrt{10}$, 底面的边长为 2, E 是 PA 的中点, 所以 $OA=OB=\frac{1}{2}\times\sqrt{4+4}=\sqrt{2}$, $OP=\sqrt{10-2}=2\sqrt{2}$, 所以 $A(\sqrt{2},0,0)$, $P(0,0,2\sqrt{2})$, $E(\frac{\sqrt{2}}{2},0,\sqrt{2})$, $B(0,\sqrt{2},0)$, $C(-\sqrt{2},0,0)$, $\overrightarrow{BE}=(\frac{\sqrt{2}}{2},-\sqrt{2},\sqrt{2})$, $\overrightarrow{PC}=(-\sqrt{2},0,-2\sqrt{2})$, 设异面直线 BE 与 PC 所成的角为 θ, 则 $\cos\theta=\frac{|\overrightarrow{BE}\cdot\overrightarrow{PC}|}{|\overrightarrow{BE}/\!/\overrightarrow{PC}|}=\frac{5}{\frac{3\sqrt{2}}{2}\times\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{5}}{3}$, 所以异面直线 BE 与 PC 所成角的余弦值为$\frac{\sqrt{5}}{3}$. 故选 C.



5. ABC　对于 A, 根据平面向量基本定理可知, 空间的三个向量中, 若有两个向量共线, 那么这三个向量一定共面, 故 A 正确; 对于 B, 由于$\frac{1}{6}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=1$, 所以根据空间向量共面定理可知 P,A,B,C 四点共面, 故 B 正确; 对于 C, 因为$\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$是空间中的一组基底, 所以 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 不共面, 所以 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$, $\boldsymbol{c}+\boldsymbol{a}$ 也不共面, 因此, $\{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c},\boldsymbol{c}+\boldsymbol{a}\}$也是空间的一组基底, 故 C 正确; 对于 D, 当 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}<0$ 时, $\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$可以是钝角, 也可以是 $180°$, 故 D 错误. 故选 ABC.

6. BC　因为 $2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(-1,2,7)$, $\boldsymbol{a}=(-2,-1,1)$, 而$\frac{-1}{-2}\neq\frac{2}{-1}\neq\frac{7}{1}$, 故 A 不正确; 因为$|\boldsymbol{a}|=\sqrt{6}$, $|\boldsymbol{b}|=5\sqrt{2}$, 所以 $5|\boldsymbol{a}|=\sqrt{3}|\boldsymbol{b}|$, 故 B 正确; 因为 $\boldsymbol{a}\cdot(5\boldsymbol{a}+6\boldsymbol{b})=5\boldsymbol{a}^2+6\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=5\times(4+1+1)+6\times(-6-4+5)=0$, 故 C 正确; 又 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-5$, $\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\frac{-5}{\sqrt{6}\times5\sqrt{2}}=-\frac{\sqrt{3}}{6}$, 故 D 不正确. 故选 BC.

7. 6　因为 $\boldsymbol{m}/\!/\boldsymbol{n}$, 所以 $\boldsymbol{m}=\lambda\boldsymbol{n}$, 即$\begin{cases}3=\lambda\cdot x,\\0=\lambda\cdot 0,\\2=\lambda\cdot 4,\end{cases}$解得 $\lambda=\frac{1}{2}$, $x=6$.

8. 垂直　由题意，得$\overrightarrow{AD}=(3,-1,-6)$，$\overrightarrow{BC}=(2,0,1)$，则$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}=3\times2+(-1)\times0+(-6)\times1=0$，所以$\overrightarrow{AD}\perp\overrightarrow{BC}$，直线 AD 与 BC 垂直.

9. 解：(1)因为$|\boldsymbol{c}|=2\sqrt{2}$，所以$\sqrt{x^2+2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，解得 $x=0$. ………………………………………… 2 分

因为 $k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(-2k-1,1-k,2k+2)$，向量 $k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 垂直，所以$(k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=0$，即 $2k+6=0$，解得 $k=-3$.
…………………………………………………………………………………………………… 4 分

(2)因为向量 $\boldsymbol{c}$ 与向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 共面，所以设 $\boldsymbol{c}=\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{b}(\lambda,\mu\in\mathbf{R})$. ……………………………………… 6 分

因为$(x,2,2)=\lambda(-2,-1,2)+\mu(-1,1,2)$，所以$\begin{cases}x=-2\lambda-\mu,\\2=\mu-\lambda,\\2=2\lambda+2\mu,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}x=-\dfrac{1}{2},\\\lambda=-\dfrac{1}{2},\\\mu=\dfrac{3}{2}.\end{cases}$

所以实数 x 的值为$-\dfrac{1}{2}$. …………………………………………………………………… 8 分

10. 解：(1)由$\overrightarrow{BC}=(1,1,-2)$，得 $\boldsymbol{c}=(-1,-1,2)$. ………………………………………… 2 分

(2)$\boldsymbol{a}=\overrightarrow{AB}=(0,-1,-1)$，$\boldsymbol{b}=\overrightarrow{AC}=(1,0,-3)$，$k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(1,-k,-3-k)$. ……………………… 3 分

由于 $k\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 垂直，则$(1,-k,-3-k)\cdot(1,0,-3)=1+3k+9=0$，……………………… 4 分

所以 $k=-\dfrac{10}{3}$. …………………………………………………………………………… 5 分

(3)依题意$|\overrightarrow{AB}|=|(0,-1,-1)|=\sqrt{2}$，$|\overrightarrow{AC}|=|(1,0,-3)|=\sqrt{10}$，$|\overrightarrow{BC}|=|(1,1,-2)|=\sqrt{6}$，………… 7 分

故由余弦定理得 $\cos A=\dfrac{3}{\sqrt{2}\times\sqrt{10}}=\dfrac{3\sqrt{5}}{10}$，所以 $\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\dfrac{\sqrt{55}}{10}$. ……………………… 9 分

故$\triangle ABC$ 的面积为$\dfrac{1}{2}\cdot|\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{AC}|\cdot\sin A=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{10}\times\dfrac{\sqrt{55}}{10}=\dfrac{\sqrt{11}}{2}$. ……………… 10 分

11. 解：(1)$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MD_1}+\overrightarrow{D_1A_1}+\overrightarrow{A_1N}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{D_1B}-\overrightarrow{AD}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{A_1C_1}=-\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{D_1D}+\overrightarrow{DB})-\overrightarrow{AD}+\dfrac{2}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})$

$=\dfrac{1}{2}\boldsymbol{c}-\dfrac{1}{2}(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})-\boldsymbol{b}+\dfrac{2}{3}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\dfrac{1}{6}\boldsymbol{a}+\dfrac{1}{6}\boldsymbol{b}+\dfrac{1}{2}\boldsymbol{c}$. …………………………………………… 5 分

(2)因为$\overrightarrow{MN}=\dfrac{1}{6}\boldsymbol{a}+\dfrac{1}{6}\boldsymbol{b}+\dfrac{1}{2}\boldsymbol{c}$，$AD=AA_1=AB=1$，$\angle A_1AB=\angle DAB=\angle DAA_1=60^\circ$，

所以 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}=\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}=1\times1\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}$. …………………………………………………… 8 分

所以$|\overrightarrow{MN}|=\sqrt{\left(\dfrac{1}{6}\boldsymbol{a}+\dfrac{1}{6}\boldsymbol{b}+\dfrac{1}{2}\boldsymbol{c}\right)^2}=\sqrt{\dfrac{1}{36}\boldsymbol{a}^2+\dfrac{1}{36}\boldsymbol{b}^2+\dfrac{1}{4}\boldsymbol{c}^2+\dfrac{1}{18}\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\dfrac{1}{6}\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}+\dfrac{1}{6}\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. … 12 分